Corrigé non rédigé

Partie I]

1] $a_n = \frac{v_{n+1}-v_n}{t_{n+1}-t_n}$ car $< a >_{[x,y]} \stackrel{\text{déf}}{=} \dfrac{1}{y-x}\displaystyle\int_x^y a(t)\mathrm{d}t = \dfrac{v(y)-v(x)}{y-x}$

$t(s)$	0	70	95	124	155	231	263	332
$v(km/h)$	0	150	200	250	300	350	400	450
$a(m/s^2)$	0,595	0,556	0,479	0,448	0,183	0,434	0,201	–

Distance parcourue : $d = \displaystyle\int_0^{t_f} v(t)\mathrm{d}t = \sum_n \int_{t_n}^{t_{n+1}} v(t)\mathrm{d}t = \sum_n < v >_n \cdot(t_{n+1}-t_n) \simeq 25{,}2$ km

2] Équilibre du pendule pour une accélération a : $\tan\theta = \frac{a}{g}$. Donc, $\tan\theta_{max} = \frac{a_{max}}{g}$.

A.N. : $a_{max} \simeq 0{,}595$ m/s^2 donc $\theta_{max} \simeq 3{,}4\,^\circ$. Le journaliste a dû être déçu (et au passage il se trompe, croyant que c'est une affaire de vitesse...).

3] la force de traction est la composante tangentielle de la réaction du rail sur les roues. Soit $n = 32$ le nombre de roues et $n_m = 24$ le nombre de roues motrices. Étant toutes équivalentes, le PFD s'écrit :

- ▷ sur l'horizontale : $M_T a = n_m T$ donc $n_m T_{init} = M_T a_{init} = 1{,}61.10^5$ N
- ▷ sur la verticale : $0 = nN - M_T g$ donc $nN = M_T g$

absence de glissement au démarrage $\iff T_{init} < \mu_{init} N \iff a_{init} < \frac{n_m}{n}\cdot\mu g = 2{,}48$ m/s^2 (VRAI)

4] TEC : $\dfrac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = \mathcal{P}_m - R\cdot V$ donc

$\forall v \leq v_{rec}, \dfrac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} \geq 0 \iff \mathcal{P}_m \geq R(rec)\cdot V_{rec} \iff \mathcal{P}_m \geq 26{,}4$ MW (FAUX)

Intérêt de roues plus grandes : ici, de mon point de vue la question n'est pas claire. Il faudrait des éléments sur les capacités des moteurs (travaillent-ils à puissance fixée ou à couple fixé). Quoi qu'il en soit, ce qui intervient est le lien entre vitesse de rotation des roues, vitesse du train et rayon des roues : $V = a\omega$. Pour une même vitesse du train, des roues plus grandes impliquent une vitesse de rotation plus faible.

5] $n_m T = R + M_T a_{fin} = 1{,}40.10^5$ N ; $T < \mu N \iff 5{,}83.10^3 < 1{,}49.10^4$ (VRAI).

6] En reprenant l'inégalité établie à la question 4, avec $v_{rec} = 540$ km/h, il vient $\mathcal{P}_m \geq 21{,}6$ MW. Les moteurs ne sont toujours pas assez puissants. Si la pesanteur leur vient en aide, cela peut marcher. Il faut que celle-ci apporte une puissance $\mathcal{P}_p \geq 21{,}6 - 19{,}6$ MW $= 2$ MW.

Or, $\mathcal{P}_p = M_T g v_{rec}\sin\alpha$ (avec α l'angle de la voie par rapport à l'horizontale). On en déduit $\alpha \geq 0{,}28\,^\circ$.

7] $E_c \simeq 2{,}67$ GJ ; En supposant l'accélération constante, $< a >= \frac{v_0^2}{2d} \simeq 0{,}659$ m/s^2 ; $\Delta t = \frac{2d}{v_0} \simeq 213$ s.

8] Ici, seuls les frottements de l'air travaillent. Le TEC s'écrit : $\dfrac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = -R\cdot V$ dont on déduit $\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -R/M_T$. A.N. : la décélération est de 0,386 m/s^2.

En intégrant cette dernière expression avec $R = CV^2$, il vient $v(t) = \dfrac{v_0}{1+t/\tau}$ dont on déduit $x(t) = v_0\tau\ln\Big(1+t/\tau\Big)$ et aussi $x(v) = v_0\tau\ln\left(\dfrac{v_0}{v}\right)$.

A.N. : $\tau \simeq 405$ s soit près de 7 min ; on a $x(400km/h) \simeq 12{,}6$ km.

9] En supposant que l'intégralité de la puissance mécanique dissipée l'est par effet Joule, le TEC devient : $\dfrac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} = -R\cdot V - P_J$ donc $\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{R}{M_T} - \dfrac{P_J}{M_T V}$ soit 0,285 m/s^2.

Partie II]

10] À 540 km/h il faut 0,867 s pour parcourir les 130 m du tronçon de raccordement. Les passagers se sentent “poussés” vers l'extérieur du virage (à droite ici, le virage tournant à gauche). Dans le référentiel lié au train cela se traduit par une force d'inertie d'entraînement de valeur $m_p\frac{V^2}{r}$ où r est le rayon de courbure de la voie. À vitesse constante, cette force est d'autant plus grande que r est petit. Sur le tronçon de raccordement, r varie de ∞ (portion rectiligne) jusqu'à χ. Donc, la force ressentie par le passager varie de 0 à 101 N.

11] En 0,867 s, la force ressentie passe de 0 à 101 N, donc l'accélération subie passe de 0 à 1,35 m/s^2. Cela donne une secousse moyenne de 1,56 m/s^3 respectant la norme de confort. Cette moyenne a du sens compte tenu de la durée mise en jeu.

12] (a) le verre est susceptible de glisser sur la tablette ; (b) la surface libre de l'eau s'inclinera vers la droite (toujours pour un virage à gauche).

13] Un petit schéma en coupe ; TMC en le point de contact de la roue droite avec le rail droit, sous l'hypothèse de contact des roues droite et gauche dans le référentiel lié au train. On obtient la réaction verticale du rail sur la roue gauche $N_g = m\left(\frac{g}{2} - \frac{V^2h}{\chi\ell_r}\right)$. La validité de cette étude (contact supposé) impose $N_g \geq 0$ donc $V \leq \sqrt{\frac{\chi g\ell_r}{2h}} \simeq 787$ km/h : hypothèse validée.

14] Cette inclinaison des rails porte la vitesse limite de décollement de la roue gauche à $V_{max} = 915$ km/h. Le passager subit une accélération $a_e = \frac{V^2}{\chi} \simeq 1{,}35$ m/s^2 (c'est la même que précédemment ; seule sa direction relativement au train change). Le pendule du journaliste est incliné d'un angle par rapport à la verticale (la vraie) θ tel que $\tan\theta = \frac{a_e}{g}$ donc $\theta \simeq 7{,}69\,^\circ$ soit $2{,}51\,^\circ$ par rapport à la direction plancher-plafond.

Partie III]

15] $R = \frac{\rho d}{s} \simeq 7{,}27\ \Omega$; $\lambda = \frac{\rho}{s} \simeq 0{,}121\ \Omega$/km. Le déphasage entre deux points de la ligne dépend du temps de propagation entre eux. La distance étant majorée par d, la vitesse de propagation étant celle de la lumière dans le vide c, on obtient un déphasage maximal $\varphi_{max} = 2\pi\nu\frac{d}{c} = 10^{-2}\cdot 2\pi \ll 2\pi$: ces déphasages sont donc négligeables. L'approximation en question est l'ARQS (Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires).

16] Les données sont la tension E au niveau des sous-stations et l'intensité I traversant le pantographe. Les lois de Kirchhoff permettent de construire le système suivant :

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I \\ E - \lambda x \cdot I_1 = E - \lambda(d-x)\cdot I_2 \\ E - \lambda x \cdot I_1 = U \end{cases}$$

Sa résolution conduit à :

$$\begin{cases} I_1 = \left(1 - \frac{x}{d}\right)\cdot I \\ I_2 = \frac{x}{d}\cdot I \\ U = E - \lambda x\left(1 - \frac{x}{d}\right)\cdot I \end{cases}$$

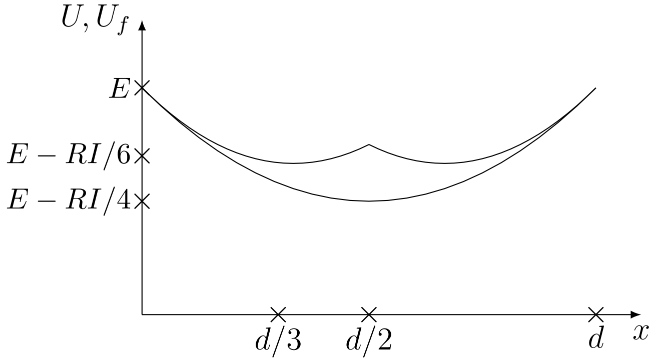
La puissance dissipée par effet Joule dans la caténaire est

$$\mathcal{P}_J = \lambda x \cdot I_1^2 + \lambda(d-x)\cdot I_2^2 = \lambda x\left(1 - \frac{x}{d}\right)\cdot I^2$$

17] U est minimale en $x_m = d/2$ et vaut $U_m = E - \frac{R}{4} \cdot I \simeq 23{,}9$ kV ; $\mathcal{P}_m = \frac{R}{4} \cdot I^2 \simeq 654$ kW.

$R = \lambda d$: ainsi, $d \mapsto U_m$ est décroissante et $d \mapsto \mathcal{P}_m$ est croissante. On voit ainsi deux intérêts de ne pas trop espacer les sous-stations.

18] $U_f(d/2) = E - \frac{R}{8} \cdot I$: avec le feeder, la chute de tension est réduite de moitié au milieu des sous-stations. U_f est minimale en $x'_m = d/3$ et vaut $U_{fm} = E - \frac{R}{6} \cdot I$.



Le feeder réduit la chute de tension en tout point de la ligne. La contre-partie est une augmentation des pertes par effet Joule : je calcule une augmentation de 12,5%.

Partie IV]

19] En n'oubliant pas que le référentiel du boitier n'est pas galiléen, un PFD fournit :

$$\ddot{z} + 2\omega_0\xi\dot{z} + \omega_0^2 z = -a_B - g\cos\theta$$

θ repérant la rotation de la roue (origine sur la verticale, vers le haut).

A.N. : $\omega_0 \simeq 238$ rad/s ; $\xi \simeq 4{,}76.10^{-3}$.

20] $a_{B0} = -r_b\omega^2 = -r_b\dfrac{V^2}{r_t^2} \simeq -4{,}08.10^4$ m/s^2

21] $\omega = V/r_t \simeq 275$ rad/s (correspondant à une perturbation par tour de roue).

22] $\tau \sim \dfrac{1}{\omega_0\xi} \simeq 0{,}882$ s. Un temps court à l'échelle du problème ; on pourra donc considérer que le régime permanent est atteint.

23] z vérifie $\ddot{z} + 2\omega_0\xi\dot{z} + \omega_0^2 z = -a_{B0} - A_1\cos(\omega t) - g\cos(\omega t)$. La solution de régime permanent est :

$$z(t) = -\frac{a_{B0}}{\omega_0^2} + \frac{A_1 + g}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_0\omega)^2}}\sin\left(\omega t + \varphi\right)$$

avec $\varphi = \arctan\left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\xi\omega_0\omega}\right)$

Numériquement, on peut remarquer que $2\xi\omega_0\omega \ll |\omega_0^2 - \omega^2|$.

Ainsi, $\varphi \simeq -\frac{\pi}{2}$ et $\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_0\omega)^2} \simeq |\omega_0^2 - \omega^2|$. Et,

$$z(t) \simeq \frac{-a_{B0}}{\omega_0^2} - \frac{A_1 + g}{\omega^2 - \omega_0^2}\cos(\omega t)$$

24] $C_1 = \dfrac{\varepsilon S}{e + z}$; $C_2 = \dfrac{\varepsilon S}{e - z}$

25] $\dot{V}_A = \dfrac{C_1\dot{e}_1 + C_2\dot{e}_2}{C_1 + C_2}$ qui s'intègre[1] en $V_A = \dfrac{C_1 e_1 + C_2 e_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} \cdot E\sin(\omega_1 t) = -\dfrac{z}{e} \cdot E\sin(\omega_1 t)$. L'amplitude de ce signal est directement proportionnelle à z(t). Elle est donc une mesure de $z(t)$.

1. En tenant compte du fait que C_1 et C_2 varient très lentement comparés à e_1 et e_2. Ainsi, on les considèrent ici quasi-constants (encore une ARQS)...

26] $V_2(t) = \dfrac{E}{2e}\left[\dfrac{a_{B0}}{\omega_0^2}\Big(\cos\phi - \cos(2\omega_1 t + \phi)\Big) + \dfrac{A_1 + g}{\omega^2 - \omega_0^2}\left(\cos\phi\cos(\omega t)\right.\right.$

$$\left.\left. - \tfrac{1}{2}\cos\Big((2\omega_1 t + \omega)t + \phi\Big) - \tfrac{1}{2}\cos\Big((2\omega_1 - \omega)t + \phi\Big)\right)\right]$$

Comme $\omega_1 \gg \omega$, après filtrage il ne restera (le gain à la pulsation ω est supposé égal à 1 car on est très loin de la pulsation de coupure) :

$$V_3(t) = \frac{E\cos\phi}{2e}\left[\frac{a_{B0}}{\omega_0^2} + \frac{A_1 + g}{\omega^2 - \omega_0^2}\cos(\omega t)\right]$$

V_3 a une amplitude maximale si $\phi \equiv 0[\pi]$.

27] $\Delta V_3 = \dfrac{E\cos\phi}{2e}\dfrac{\Delta A_1}{\omega^2 - \omega_0^2}$ Avec $\cos\phi = 1$ et $\Delta A_1 = g$, $\Delta V_m = A_v \cdot \dfrac{Eg}{2e(\omega^2 - \omega_0^2)}$

On en déduit la valeur de A_v nécessaire pour que $\Delta V_m = 10$ mV : $A_v \simeq 1{,}3$ ce qu'il est aisé de réaliser.