CORRIGE : CIRCUIT OSCILLANT

1.

Grandeur	$t \to 0^-$	$t \to 0^+$
i(t)	$\dfrac{E}{R_2}$	$\dfrac{E}{R_2}$
v(t)	0	0
x(t)	0	$\dfrac{R_1}{R_2}$ E

2. Remarquons que i = C$\dot{v}$. La loi de maille donne alors $E = LC\ddot{v} + (R_1 + R_2)\dot{v} + v$

   Ce qui donne l'ED: $\ddot{v} + \dfrac{(R_1 + R_2)}{L}\dot{v} + \dfrac{1}{LC}v = \dfrac{1}{LC}E$

3.1. v vérifie $\ddot{v} + \dfrac{1}{LC}v = \dfrac{1}{LC}E$ dont les solutions s'écrivent : v(t) = A.cos(ω_0t + φ) + E avec $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$;

$(A \in \mathbb{R}_+ \text{ , } \varphi \in]-\pi,\pi])$

3.2. Eq caractéristique : $r^2 + \dfrac{2R}{L}r + \dfrac{1}{LC} = 0$. Racine double si discriminant nul d'où $R_c = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$

3.3. On a $\dfrac{2R}{L} = 2R\sqrt{\dfrac{C}{L}}\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ soit $\dfrac{2R}{L}$ = 2mω_0 d'où $\ddot{v} + 2m\omega_0\dot{v} + \omega_0^2 v = \omega_0^2 E$

4.1. Solution = Solution de l'EDHA + Solution particulière

<u>EDHA</u>: racines de l'équation caractéristique : $\Delta = -3\omega_0^2 < 0$ donc racines $r_{1,2} = -\dfrac{\omega_0}{2} \pm j\dfrac{\sqrt{3}}{2}\omega_0$

Solutions de l'EDHA : $Ae^{-\frac{\omega_0}{2}t}\cos(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\omega_0 t + \varphi)$ avec $(A \in \mathbb{R}_+ \text{ , } \varphi \in]-\pi,\pi])$

<u>Solution particulière:</u> E

Solution générale : $v(t) = E + Ae^{-\frac{\omega_0}{2}t}\cos(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\omega_0 t + \varphi)$. On a donc B = E ; $\alpha = -\dfrac{\omega_0}{2}$ et $\beta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\omega_0$.

4.2. $v(0^+) = 0$ et $\dot{v}(0^+) = \dfrac{1}{C}i(0^+) = \dfrac{E}{RC} = \dfrac{E}{mR_cC} = \dfrac{E\omega_0}{m} = 2E\omega_0$

Ce qui donne E + Acosφ = 0 et $-\dfrac{\omega_0}{2}(A\cos\varphi + A\sqrt{3}\sin\varphi) = 2E\omega_0$

donc Acosφ = –E et Asinφ = $-E\sqrt{3}$ ⇒ $A^2 = 4E^2$ et tan φ = $\sqrt{3}$ donc $\boxed{A = 2E \text{ et } \varphi = -\dfrac{2\pi}{3}}$