

Machines à écoulement permanent.

I.A)

1). $\gamma = 1,4$ (gaz diatomique ; on verra en fin d'année une justification ...)

• Compressions réversibles, adiabatiques d'un gaz parfait ; j'utilise la loi de Laplace pour déterminer la pression et la température en sortie de $k^{\text{ème}}$ compresseur.

$$p_{\text{entr}}^{1-\gamma} \cdot T_{\text{entr}}^{\gamma} = p_{\text{sortie}}^{1-\gamma} \cdot T_{\text{sortie}}^{\gamma}$$

c'est-à-dire $(p_E \cdot r^{k-1})^{1-\gamma} \cdot T_E^{\gamma} = (p_E \cdot r^k)^{1-\gamma} \cdot T_{\text{sortie}}^{\gamma}$

Ainsi, $T_{\text{sortie}} = T_E \cdot r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

Alors, $T_{\text{sortie}} < T_{\text{max}} \Rightarrow r < \left(\frac{T_{\text{max}}}{T_E} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

Par ailleurs, $r^N = \frac{p_A}{p_E}$. Donc $r < \left(\frac{T_{\text{max}}}{T_E} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Rightarrow N > \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{\ln \frac{p_A}{p_E}}{\ln \frac{T_{\text{max}}}{T_E}}$

Ad. avec $T_{\text{max}} = 400 \text{ K}$: . $N > 4,57$. On prendra donc $N = 5$ étages .

. Alors, $r = \left(\frac{p_A}{p_E} \right)^{\frac{1}{N}} = 2,51$; $T_{\text{sortie}} = 390 \text{ K}$.

2) Transfo. adia ($\Delta S = S_c$) et irréversible ($S_c > 0$) donc $\Delta S > 0$

Or, pour un GP, $S = C_v \ln(pV^{\gamma}) + \text{cst}$ ou encore $S = C_v \ln(p^{1-\gamma} T^{\gamma}) + \text{cst}$.

donc $\Delta S > 0 \Rightarrow p_{\text{sortie}}^{1-\gamma} T_{\text{sortie}}^{\gamma} > p_{\text{entr}}^{1-\gamma} T_{\text{entr}}^{\gamma}$

donc $T_{\text{sortie}}|_{\text{irrev}} > T_{\text{sortie}}|_{\text{rev}}$

La contrainte $T_{\text{max}} < 400 \text{ K}$ pourrait nécessiter un plus grand nombre d'étages.

3). 1^{er} principe, syst. en équilibre stat, système = eau du k^{im} réfrigérant: (2)

$$D_{\text{eau}} \cdot c_e (T_s - T_c) = \dot{Q}_{\text{th, eau} \rightarrow \text{can}}$$

• 1^{er} principe, syst. en équil^{ib} stat, système = N₂ ds le k^{im} réfrigérant:

$$D \cdot c_p (T_E - T_{\text{sortie}}) = \dot{Q}_{\text{th, can} \rightarrow \text{N}_2}$$

Avec des échangeurs sans perte, on aura $\dot{Q}_{\text{th, can} \rightarrow \text{N}_2} + \dot{Q}_{\text{th, eau} \rightarrow \text{can}} = 0$

et donc :

$$T_s = T_c + \frac{D}{D_{\text{eau}}} \cdot \frac{7R}{2Mc_e} \cdot (T_{\text{sortie}} - T_E)$$

$$\text{Ainsi, } T_s < T'_{\text{max}} \Rightarrow \frac{D_{\text{eau}}}{D} > \frac{7R \cdot (T_{\text{sortie}} - T_E)}{2Mc_e \cdot (T'_{\text{max}} - T_c)}$$

$$\underline{\text{Avec: } \frac{D_{\text{eau}}}{D} > 0,32.}$$

I.B

4) sur $\mathcal{C}_1$, la température est constante.

À basse pression, le comportement du gaz N₂ tend asymptotiquement vers celui d'un gaz parfait pour lequel $T = \text{cte} \Leftrightarrow H = \text{cte}$; l'asymptote est donc verticale.

5) sur $\mathcal{C}_2$, l'entropie est constante. La justification de la pente peut se faire grâce à l'identité thermodynamique :

$$dH = TdS + Vdp$$

si $S = \text{cte}$ (isentropique) alors $dS = 0$ et $dH = Vdp$.

$$\text{donc } \left. \frac{dp}{dH} \right|_{S=\text{cte}} = \frac{1}{v} > 0$$

6) δ_3 est la courbe de saturation, réunion de la courbe d'ébullition (liquide saturant, à gauche du point 0) et de la courbe de rosée (vapeur saturante, à droite de 0).

7) sur δ_4 , le titre en vapeur est constant.

en M, 90% du diazote est à l'état gazeux, 10% à l'état liquide.

I.C)

8) c'est le théorème des moments : $h_c = (1-\alpha) \cdot h_{vap} + \alpha \cdot h_{liq}$

9) En régime stationnaire, la masse de liquide dans le réservoir est constante donc

$$\underline{D_m = \alpha \cdot D}$$

Or $D = D' + D_m$ donc $\underline{D' = (1-\alpha) \cdot D}$

10) Dans (E), j'écris un bilan similaire à celui des réfrigérants : deux circulations de fluides échangeant sans fuite.

Ainsi,

$$D \cdot (h_o - h_A) + D' \cdot (h_E - h_D) = 0$$

Par ailleurs, $h_D = h_c$ (détente isenthalpe dans la vanne (V))

On peut enfin remarquer que $\frac{h_D - h_A}{h_E - h_E} = \frac{h_{vap} - h_{liq}}{h_E - h_E}$

Il vient alors,

$$\underline{\alpha = \frac{h_E - h_A}{h_E - h_{liq}}}$$

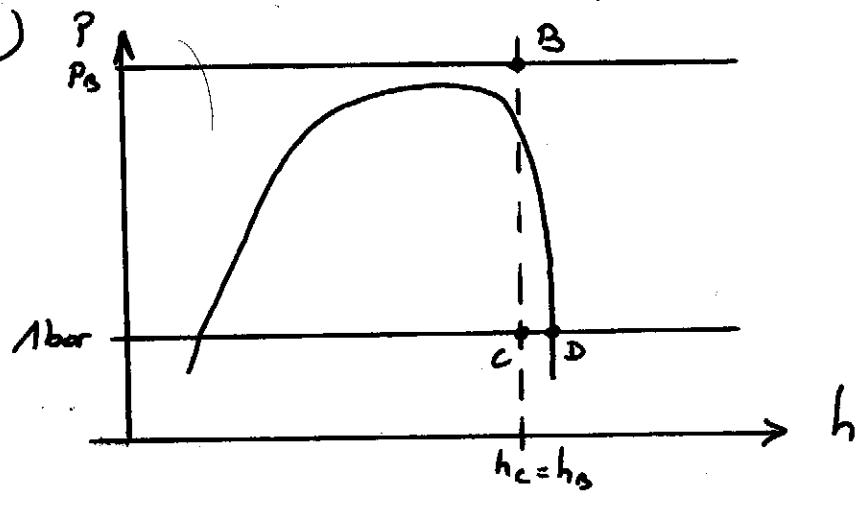
11) je lis : $h_A = 500 \text{ kJ.kg}^{-1}$; $h_E = 520 \text{ kJ.kg}^{-1}$; $h_{liq} = 85 \text{ kJ.kg}^{-1}$

A.N: $\alpha = 4,6\%$

Avec un gaz parfait, $h_E = h_A$ (car même température) et donc $\alpha = 0$!

12)

4



En B, diazote gazeux,
température $T_B \approx -115^\circ\text{C}$

13) Pour le k^{me} compresseur :

$$D \cdot C_p \cdot (T_{\text{sortie}} - T_{\text{entrée}}) = \dot{Q}_u \quad (\text{indépendant de } k \dots)$$

donc

$$\dot{Q}_u^{\text{totale}} = N_u \cdot D \cdot \frac{7R}{2M} \cdot (T_{\text{sortie}} - T_E) \quad (D = \frac{D_m}{\alpha})$$

A.N: $\dot{Q}_u^{\text{totale}} \approx 305 \text{ kW}$

Analyse de la citation:

1 litre de diazote liquide a une masse $m = 0,81 \text{ kg}$.

$D_{\text{rel}} = 1 \text{ L.h}^{-1}$ correspond donc à un débit massique $D_m = 2,3 \cdot 10^{-4} \text{ kg.s}^{-1}$

Calculons le rapport $\frac{D_m}{\dot{Q}_u^{\text{totale}}}$:

• machine d'Arsonval : $\frac{2,2 \text{ kW}}{2,3 \cdot 10^{-4} \text{ kg.s}^{-1}} \approx 9,8 \cdot 10^6 \text{ J.kg}^{-1}$

• machine étudiée ci-dessus : $\frac{305 \text{ kW}}{3,3 \cdot 10^{-4} \text{ kg.s}^{-1}} \approx 10 \cdot 10^6 \text{ J.kg}^{-1}$

Ces "rendements" sont tout à fait comparables...

Annexe

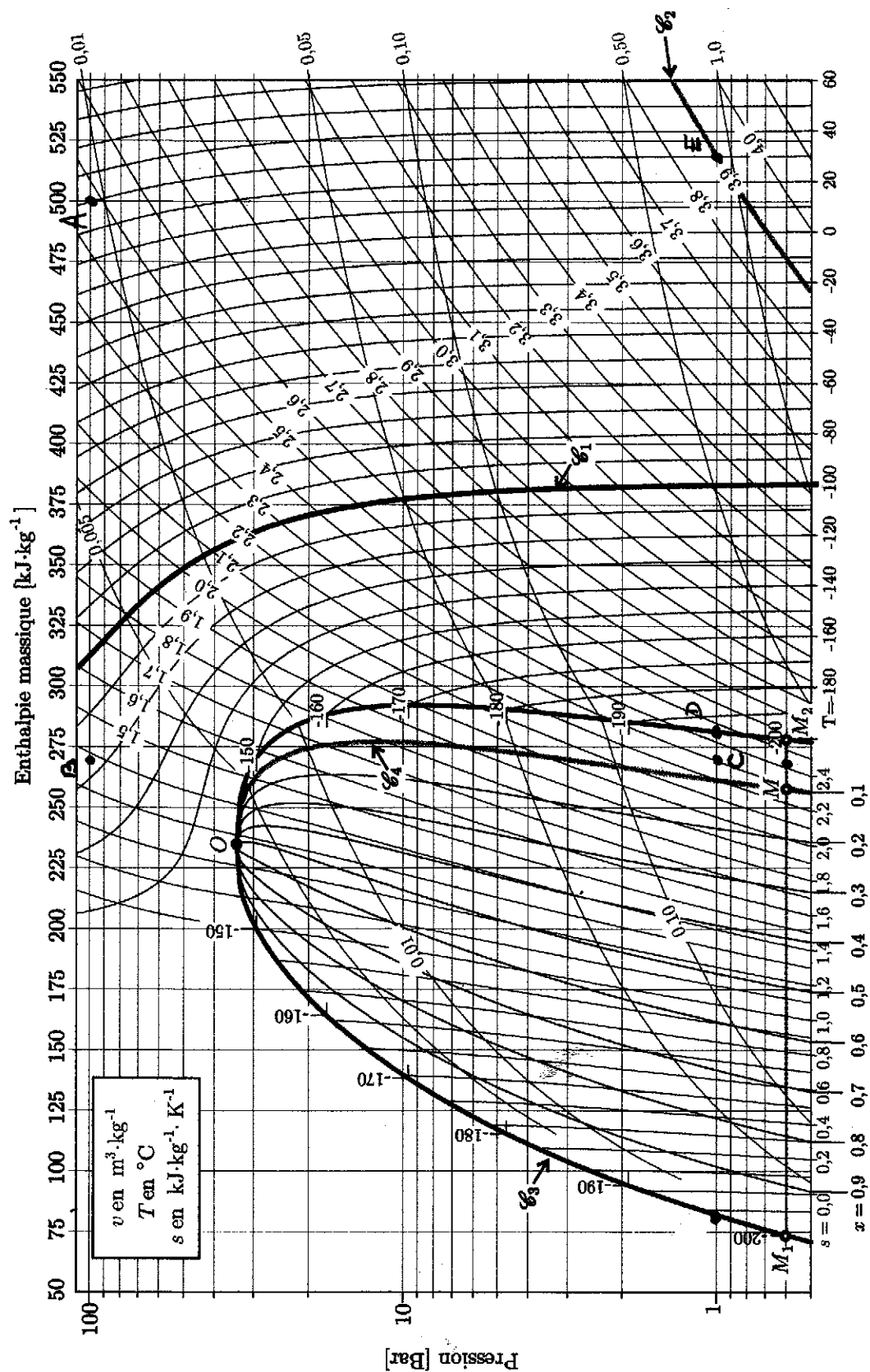


FIGURE 5 – Diagramme enthalpique du diazote

FIN DE L'ÉPREUVE