

I. Contrôle non destructif par courants de Foucault.

A1) Invariance par rotation autour de D_z ; $\vec{B}$ ne dépend donc pas de θ .

• $VM, (M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ est plan d'antisymétrie des courants ; $\vec{B}$ n'a donc pas de composante $\perp$ à ce plan ($\vec{B}$ pseudo-vecteur)

Donc : $\vec{B}(r, t) = B_r(r, t) \vec{e}_r + B_z(r, t) \vec{e}_z$

<u>A2)</u>	simul. 1	$\leftrightarrow$	situation = bobine seule
	simul. 2	$\leftrightarrow$	situation = bobine + plaque ; $f = 200 \text{ Hz}$
	simul. 3	$\leftrightarrow$	situation = bobine + plaque ; $f = 50 \text{ Hz}$

Cette affectation a été faite en vertu des lois de l'induction :

|| ses effets modèrent les variations du champ inducteur et ce d'autant plus que la fréquence est importante.

A3) a - J'estime grossièrement la moyenne du champ magnétique sur le profil radial : $B_0 \approx 0,0035 \text{ T}$. ($f = 50 \text{ Hz}$)

b - $\frac{\mu_0 N i_0}{l_0}$ est le champ au centre de la bobine (approx. de solénoïde infini) .

• α est un facteur correctif qui donne le champ au bord de la bobine (correction géométrique) en présence de la plaque (correction par les courants de Foucault)

Numériquement, par lecture sur le profil axial : $\frac{\mu_0 N i_0}{l_0} \approx 0,0058 \text{ T}$

donc $\alpha \approx 0,6$.

B1) Soit $\mathcal{C}$ un cercle d'axe Oz et de rayon $r < r_b$ dans la zone A (2)
Il délimite le disque $\mathcal{D}$.

L'éq. intégrale associée à l'eq. de Maxwell-Faraday indique que:

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \iint_{\mathcal{D}} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$\vec{E}$ étant orthoradial et indépendant de θ (toujours l'invariance par rotation),

$$2\pi r E_\theta(r, z) = B_0 \omega \sin(\omega t) \cdot \pi r^2$$

donc, ds la zone A,

$$\vec{E} = \frac{B_0 \omega}{2} r \sin(\omega t) \vec{e}_\theta$$

B2) Loi d'Ohm: $\vec{J} = \gamma_0 \vec{E}$ donc

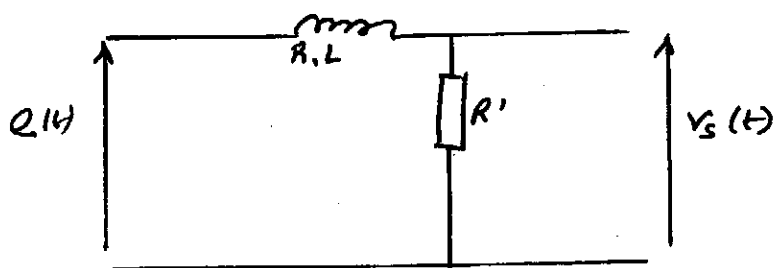
$$\vec{J} = \frac{\gamma_0 B_0}{2} r \sin(\omega t) \vec{e}_\theta$$

C1) ALI étant en régime linéaire, $V_+ = V_-$

$$\text{Or } V_+ = e - R_2 \cdot i_4 \text{ et } i_4 = 0$$

$$\text{Donc } \underline{V_- = e}$$

Le schéma équivalent est donc



$$\text{On en déduit : } \frac{L}{R+R'} \cdot \dot{v}_s + v_s = \frac{R'}{R+R'} e$$

dont la solution pour $0 < t < T/2$ est :

$$v_s(t) = \frac{R' E}{R+R'} \left(1 - e^{-t/\tau} \right); \quad \tau = \frac{L}{R+R'}$$

Par lecture graphique, on détermine

(3)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{R'E}{R+R'} = 4,30 \text{ V} \\ \tau = 78,4 \mu\text{s} \end{array} \right. \text{ d'où on déduit } \left\{ \begin{array}{l} R = 10,2 \Omega \\ L = 40 \text{ mH} \end{array} \right.$$

C2) $\langle i^2 \rangle > 0$

$\langle P_J \rangle > 0$ car la puissance dissipée par effet Joule dans un volume V est $\iiint_V \gamma_0 E^2 d\tau$ et $\gamma_0 > 0$.

Or $SR \cdot \langle i^2 \rangle = \langle P_J \rangle$

donc $SR > 0$

C3) Les simulations le montrent, le champ magnétique B diminue en présence de la plaque. Or l'énergie magnétique stockée dans la bobine $\frac{1}{2} Li^2$ vaut $\iiint_V \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau$.

Ainsi, si B diminue, l'énergie diminue, donc L diminue (i fixe).

C4) $P_J = \iiint_{\text{zone A}} \gamma_0 E^2 d\tau = \gamma_0 \frac{\omega^2 B_0^2}{4} \sin^2(\omega t) \times \int_{r=0}^{R_b} \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^{s+d} r^3 dr d\theta dz$

donc $P_J = \gamma_0 \cdot \frac{\omega^2 B_0^2}{4} \cdot \sin^2(\omega t) \cdot \frac{R_b^4}{4} \times 2\pi \times d$

donc $P_J = \frac{\pi d R_b^4 \cdot \gamma_0 \cdot \omega^2 \cdot B_0^2}{8} \cdot \sin^2(\omega t)$

$i(t) = i_0 \cdot \cos(\omega t)$ donc $\langle i^2 \rangle = \frac{i_0^2}{2}$

donc $B_0^2 = \alpha^2 \cdot \frac{\mu_0^2 \cdot N^2}{L_b^2} \times 2 \cdot \langle i^2 \rangle$ (grâce à (I.1))

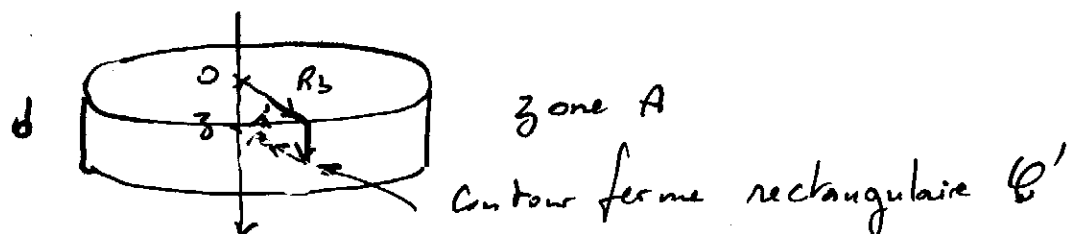
donc $SR \langle i^2 \rangle = \frac{\pi d R_b^4 \gamma_0 \omega^2 \cdot \alpha^2 \mu_0^2 N^2 \cdot \langle i^2 \rangle}{4 L_b^2} \cdot \frac{1}{2}$

donc

$$\delta R = \frac{\pi d \cdot R_b^4 \cdot \gamma_0 \cdot \omega^2 \cdot \alpha^2 \cdot \mu_0^2 \cdot N^2}{8 l_b^2}$$

(4)

(C5) a -



$$\int_{C'} \vec{B}' \cdot d\vec{L} = \mu_0 \int_{\text{rectangle délimité par } C'} \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

Compte tenu du fait que $\vec{B}' = B'(r, z, t) \vec{e}_z$ et que $B'(R_b, z, t) = 0$ il vient :

$$\forall z, \quad - \int_0^z B'(r, z, t) dz = \mu_0 \frac{\gamma_0 B_0}{2} \sin(\omega t) \int_r^{R_b} r dr \int_0^z dz$$

$$- B'(r, z, t) = \mu_0 \frac{\gamma_0 B_0 (R_b^2 - r^2)}{4} \sin(\omega t)$$

soit encore

$$B'(r, z, t) = \frac{\alpha \mu_0^2 \gamma_0 \omega N \cdot i_0}{4 l_b} (R_b^2 - r^2) \sin(\omega t)$$

b -

$$E_m = \iint_{\text{plaque zone A}} \frac{B'^2}{2 \mu_0} dS$$

Tous calculs faits,

$$E_m = \frac{\pi d \cdot R_b^6 \cdot \alpha^2 \cdot \mu_0^3 \cdot \gamma^2 \cdot \omega^2 \cdot N^2 \cdot i_0^2}{96 l_b^2} \sin^2(\omega t)$$

c -

$$\langle E_m \rangle = \frac{\pi d R_b^6 \cdot \alpha^2 \cdot \mu_0^3 \cdot \gamma^2 \cdot \omega^2 \cdot N^2 \cdot \langle i^2 \rangle}{96 l_b^2}$$

donc

$$\delta L = \frac{\pi d \cdot R_b^6 \cdot \alpha^2 \cdot \mu_0^3 \cdot \gamma^2 \cdot \omega^2 \cdot N^2}{48 l_b^2}$$

C6A.N: (avec $\alpha = 0,88$) .

(5)

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta R = 68 \text{ m}\Omega \\ \delta L = 0,34 \text{ mH} . \end{array} \right.$$

$$\frac{\delta R}{R} \approx 0,7\% \quad ; \quad \frac{\delta L}{L} \approx 0,9\%$$

Les détections de défauts seront délicates car la présence d'un défaut va modifier une grandeur (δR ou δL) par elle-même déjà petite (relativement) ...

(2) δR et δL sont proportionnels à ω^2 donc il serait avantageux a priori de travailler à plus haute fréquence.

Cependant, aux fréquences plus élevées, l'effet de peau va limiter la pénétration du champ dans le métal et l'exploration n'aura alors lieu qu'au voisinage de la surface du métal.

I-2)

1) Ali en régime linéaire donc $V_+ = V_-$; $i_+ = i_- = 0$

donc $V_- = 0$; $V_- - V_e(t) = -R_o \cdot i(t)$ et $V_- - V_s(t) = u(t)$

donc $V_e(t) = R_o \cdot i(t)$ et $V_s(t) = -u(t)$

2) filtre passe-tout déphaseur.

3) $\lim_{\omega \rightarrow 0} |H| = 1$: gain BF = 1

$|H|(\omega = \omega_c) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$: ω_c pulsation de coupure.

$|H|(5\omega_c) = \frac{1}{\sqrt{1+5^{2n}}}$; $20 \log \sqrt{1+5^{2n}} = 80 \text{ dB}$
donc $n = \frac{\log(10^8 - 1)}{2 \cdot \log 5} = 5,7$ $n = 6$ conviendra.

4) a- $\begin{cases} e_1(t) = R_o i(t) \\ e_2(t) = -u(t) \end{cases}$

$S_1(t) = -k R_o u(t) \cdot i(t)$

c'est-à-dire

$\begin{cases} e_1(t) = R_o i_o \cos(\omega t) \\ e_2(t) = -(\operatorname{Re}(z) \cos(\omega t) - \operatorname{Im}(z) \sin \omega t) \cdot i_o \end{cases}$

$S_1(t) = -k R_o i_o^2 (\operatorname{Re}(z) \cos^2(\omega t) - \operatorname{Im}(z) \sin(\omega t) \cos(\omega t))$

$S_1(t) = -\frac{1}{2} k R_o i_o^2 (\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Re}(z) \cos(2\omega t) - \operatorname{Im}(z) \sin(2\omega t))$

donc $y_1(t) \propto \operatorname{Re}(z)$ si 2ω est dans la bande-passée.
i.e si $2\omega \gg \omega_c$.

Dans ce cas,

$y_1(t) = -\frac{1}{2} k R_o i_o^2 \operatorname{Re}(z)$

b- si $\omega_0 = \omega$ alors la sortie du filtre 1 est

$R_o i_o \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$ c'est-à-dire $R_o i_o \sin(\omega t)$

Alors, $S_2(t) = -\frac{1}{2} k R_o i_o^2 (\operatorname{Re}(z) \sin(2\omega t) - \operatorname{Im}(z) + \operatorname{Im}(z) \cos(2\omega t))$

et si $2\omega \gg \omega_c$ alors

$y_2(t) = \frac{1}{2} k R_o i_o^2 \operatorname{Im}(z)$

I.E)

- 1) Les valeurs obtenues — qq dizaines d'Ohm — sont vraiment surprenantes en regard de l'évaluation qu'on a faite de R_R .
La présence de la fissure diminue la partie réelle de l'impédance de la bobine et augmente sa partie imaginaire.

- 2) aucune idée ! J'ai l'impression que l'énoncé ne nous a pas appris à comprendre comment la fissure intervenait...