

(corrigé non rédigé)

1

Q1 - $\epsilon^* - \epsilon_1 = \hbar \omega_0$

Q2 - $\rho = \frac{3e}{4\pi a^3}$

Q3 - Invariance par rotation autour de O.

$\vec{E}$ vrai vecteur et tout plan contenant (OM) est plan de symétrie de la distribution.

Q4 - $\vec{F} = \frac{\rho \vec{r}}{3\epsilon_0}$

Q5 - $\vec{F} = (-e) \cdot \vec{E} = -m_e \omega_0^2 \vec{r}$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{\rho e}{3m_e \epsilon_0}}$

force élastique - électron = OH.

Q6 - $\ddot{\vec{r}} + \omega_0^2 \vec{r} = \vec{0}$; $\vec{r} = -\frac{V_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \vec{e}_z$

Q7 - $\vec{p} \stackrel{\text{def}}{=} (-e) \cdot \vec{r} = \frac{eV_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \vec{e}_z$

Q8 - $\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0} \approx 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ (ultra-violet)

Q9 - Cette force modélise la dissipation de l'énergie mécanique de l'électron en énergie rayonnée (car un dipôle oscillant rayonne...); τ : temps

Q10 - PFD $m_e \ddot{\vec{r}} = -m_e \omega_0^2 \vec{r} - \frac{m_e}{\tau} \dot{\vec{r}}$

donc $\ddot{\vec{p}} + \frac{1}{\tau} \dot{\vec{p}} + \omega_0^2 \vec{p} = \vec{0}$; racines b. carac : $-\frac{1}{2\tau} \pm i\omega_0$ (si $\omega_0 \tau \gg 1$).

$\vec{p}(t) = \frac{eV_0}{\omega_0} \cdot e^{-t/2\tau} \cdot \sin(\omega_0 t) \vec{e}_z$
 $\left(\vec{r}_0 = -\frac{V_0}{\omega_0} \vec{e}_z \right)$

Q11 - $\mathcal{E}_p(t) = \frac{1}{2} m_e \omega_0^2 r^2(t) = \frac{1}{2} m_e \omega_0^2 \cdot \left(\frac{p(t)}{-e} \right)^2 = \frac{1}{2} m_e \omega_0^2 r_0^2 e^{-t/\tau} \sin^2(\omega_0 t)$

(2)

Q12 - $\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \frac{\dot{\vec{p}}}{-e}$

donc $\vec{v} = \vec{r}_0 e^{-t/2\tau} \left[-\frac{1}{2\tau} \sin \omega_0 t + \omega_0 \cos \omega_0 t \right]$

$$\vec{v} = \vec{r}_0 \omega_0 e^{-t/2\tau} \left[\cos \omega_0 t - \frac{\sin \omega_0 t}{\omega_0 \tau} \right]$$

$$\vec{v} \simeq \vec{r}_0 \omega_0 e^{-t/2\tau} \cos \omega_0 t \quad \text{car } \omega_0 \tau \gg 1.$$

Alors,
$$\underline{F_c = \frac{1}{2} m_e \omega_0^2 r_0^2 e^{-t/\tau} \cos^2(\omega_0 t)}$$

Q13 - $F_m = F_c + F_p$

$$F_m = \frac{1}{2} m_e \omega_0^2 r_0^2 e^{-t/\tau} (\cos^2(\omega_0 t) + \sin^2(\omega_0 t))$$

$$F_m = \frac{1}{2} m_e \omega_0^2 r_0^2 e^{-t/\tau} \left(\frac{P_0}{e} e^{-t/2\tau} \right)^2 = \frac{P_m(t)}{e^2} \quad : \text{ CQFD}$$

τ (ou 2τ comme on verra) est la durée caractéristique de l'amortissement des oscillations.

Q14 -
$$\left. \begin{aligned} x(t_{n+1}) &= x(t_n) + v(t_n) \times (t_{n+1} - t_n) \\ v(t_{n+1}) &= v(t_n) + a(t_n) \times (t_{n+1} - t_n) \\ a(t_n) &= -2\lambda v(t_n) - \omega_0^2 x(t_n) \end{aligned} \right\} \text{ DL à l'ordre 1.}$$

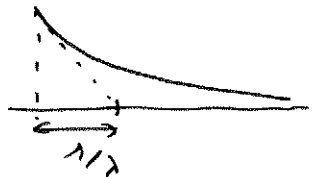
Q15 - $\text{tab}_1 = [50; -50; -300]$

Q16 - $i = 0$
 while ($i < N$)
 $(x, v, a) =$: copie de la ligne 17
 $\text{tab}_1[i] =$: " " 18
 $\text{tab}_2[i] =$: " " 19
 $i += 1$

Q17 - Je fais 2 mesures : - la pseudo-période T , de laquelle je déduis (3)

$$\sqrt{\omega^2 - \lambda^2} = \frac{2\pi}{T} \text{ soit } \omega^2 = \lambda^2 + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

- la constante d'amortissement (avec la tangente à l'origine de l'enveloppe :
 de laquelle je déduis λ .



$$T \simeq 2 \text{ unités} ; \quad \frac{1}{\lambda} \simeq 40 \text{ unités}.$$

donc $\omega \simeq 3,1$ unités (on remarque que $\omega \simeq \frac{2\pi}{T}$; hyp. de faible amortissement ok.) -

Q18 - Je ne comprends pas la question.

Q19 - • approximation dipolaire $\left|\frac{p_m}{e}\right| \ll r$ ($\left|\frac{p_m}{e}\right|$: amplitude du mt de l'électron)
 • approximation non relativiste $v \ll c$ donc $\left|\frac{p_m}{e}\right| \ll \lambda$.
 • zone de rayonnement : $\lambda \ll r$.

Q20 -
$$\vec{B}(r, t) = \frac{\mu_0}{4\pi r c} \sin \theta \cdot \ddot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right) \vec{e}_\phi$$

$$\vec{E}(r, t) = \frac{\mu_0}{4\pi r} \sin \theta \cdot \ddot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right) \vec{e}_\theta$$

 On a bien $\vec{B} = \frac{\vec{e}_r \wedge \vec{E}}{c}$.

Une affaire d'homogénéité et de symétries ...

Q21 -
$$\vec{R}(r, t) = \left(\frac{\sin \theta}{4\pi r} \ddot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right) \right)^2 \cdot \mu_0 \frac{\vec{e}_r}{c}$$

$$\langle \ddot{p}\left(t - \frac{r}{c}\right)^2 \rangle = \langle + p_m^2 \omega_0^4 \sin^2(\omega_0 t) \rangle = \frac{p_m^2 \omega_0^4}{2}$$

donc
$$\langle \vec{R}(r) \rangle = \left(\frac{p_m \omega_0^2 \sin \theta}{4\pi r} \right)^2 \cdot \mu_0 \frac{\vec{e}_r}{2c}$$

Q22 -
$$\phi_{\text{ray}} = \iint_{S(0, R)} \langle \vec{R}(r) \rangle \cdot d\vec{S} = \frac{\mu_0 \cdot p_m^2 \cdot \omega_0^4}{12\pi c} = \frac{p_m^2 \omega_0^4}{12\pi \epsilon_0 c^3} \quad \text{car } \epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$$

Q23 - $\phi_{ray} = \frac{p_m^2 \omega_0^4}{12\pi \epsilon_0 c^3}$; $E_m = \frac{1}{2} m_e \omega_0^2 p_m^2 / e^2$

donc $\phi_{ray} = \gamma \cdot E_m$ avec $\gamma = \frac{\omega_0^2 e^2}{6\pi m_e \epsilon_0 c^3}$

Q24 - $E_{ray} = h\nu_0 = \hbar \omega_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$

$E_{ray} \sim \phi_{ray} \times t_{ray}$

$t_{ray} \sim \frac{hc}{\lambda_0 \phi_{ray}} = \frac{hc \lambda_0^4}{\lambda_0 \cdot p_m^2 \cdot (2\pi c)^4}$

$= \frac{3 h \cdot \lambda_0^3 \cdot \epsilon_0}{4 \pi^3 \cdot p_m^2}$

Or $p_m < e \cdot a$ (l'électron reste dans l'atome) donc

$t_{ray} \geq \frac{3 h \cdot \lambda_0^3 \epsilon_0}{4 \pi^3 \cdot e^2 a^2} \sim 1,2 \cdot 10^{-2} s$
double visible $\lambda_0 \sim 6 \cdot 10^{-7} m$

Commençons: calculons $\omega_0 t_{ray}$ et vérifions l'hypothèse de faible amortissement

$\omega_0 t_{ray} = \frac{2\pi c}{\lambda_0} t_{ray} \approx 3,7 \cdot 10^8 \gg 1 : ok.$

Q25 - $E_m(t + \delta t) = E_m(t) - \int_t^{t+\delta t} \phi_{ray} dt$

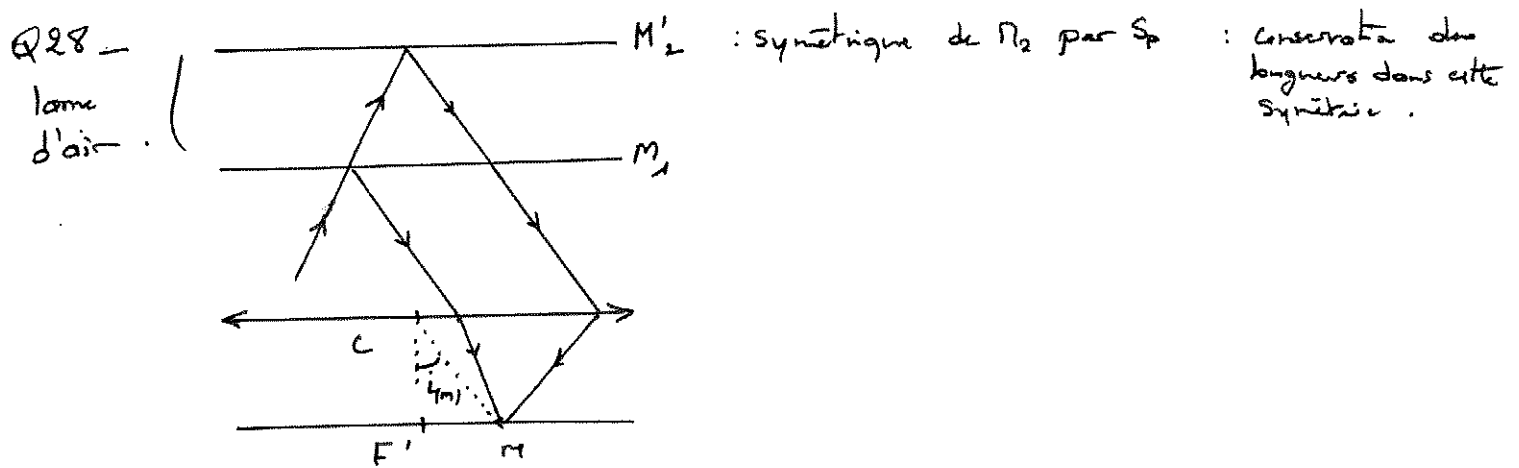
on, $\epsilon \gg \delta t \gg \frac{2\pi}{\omega_0}$, $\left\{ \begin{array}{l} \int_t^{t+\delta t} \phi_{ray} dt \approx \phi_{ray} \delta t \\ E_m(t + \delta t) \approx E_m(t) \end{array} \right.$

et abs le résultat de Q23 doit être valide

d'où $E_m(t + \delta t) - E_m(t) \approx - \gamma E_m(t) \delta t$

soit $\frac{dE_m}{dt} + \gamma E_m = 0$; Ainsi, $\tau = \frac{1}{\gamma}$; odg: $\tau \approx 1,6 \cdot 10^{-8}$
 $\omega_0 \tau \sim 5 \cdot 10^7 \gg 1$
 ok.

Q27- Au bout de 3τ , 95% de l'énergie a été rayonnée. (5)
 Ici, $3\tau = 5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$: durée typique d'un train d'onde,
 $\Delta\nu \times (3\tau) \sim 1$ donc $\Delta\nu \sim 2 \cdot 10^7 \text{ Hz}$ (soit $\frac{\Delta\nu}{\nu_0} \sim 10^{-7} \dots$)



Q29- cf. cours $\delta = 2e \cdot \cos i$.
 $I(n) = 2I_0 (1 + \cos \varphi)$; $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta$
 Frange $\Leftrightarrow \varphi = i\pi \Leftrightarrow i = i_c \Leftrightarrow \underbrace{F'R = c \cdot i_c}_{\text{cercle}}.$

Q30- Bruillages évanescents car défaut de cohérence temporel. Chaque fréquence donne sa propre figure d'interférence. Les décalages entre ces figures nuisent à la visibilité et peuvent conduire au bruillage complet.

$$p \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\delta}{c} \cdot \nu$$

δ indépendant de ν , ici donc $\Delta p = \frac{\delta}{c} \cdot \frac{\Delta \nu}{2}$

Q31- en est en F' donc $i=0$ et $\delta=2e$.

. Pour $e=0$, $p(F')=0$ car $\delta=0$.

On cherche e_{lim} tq $p(F') = \frac{1}{2}$ (critère de bruillage au programme).

Alors, $\frac{2e_{\text{lim}}}{c} \cdot \frac{\Delta \nu}{2} = \frac{1}{2}$ soit $\underline{e_{\text{lim}} = \frac{c}{2\Delta \nu}}$

6

Q32 - $dI(f') = 2 dI_0 (1 + \cos \varphi_v(f'))$

or $dI_0 = I_v(v) dv = \overset{\substack{\uparrow \\ \text{cos du proj} \\ \text{rectangulaire}}}{I_m} \cdot dv = I_0 \frac{dv}{\Delta v}$

$\varphi_v(f') = \frac{2\pi}{\lambda} \delta(f') = 2\pi \tau(f') v$

Ainsi,

$dI(f') = 2I_0 \frac{dv}{\Delta v} (1 + \cos(2\pi \tau v))$

• $\tau(f')$: temps que la lumière met à parcourir δ
donc décalage temporel entre les ondes qui interfèrent.

• $p(f', v) = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\delta v}{c} = \tau(f') \cdot v$

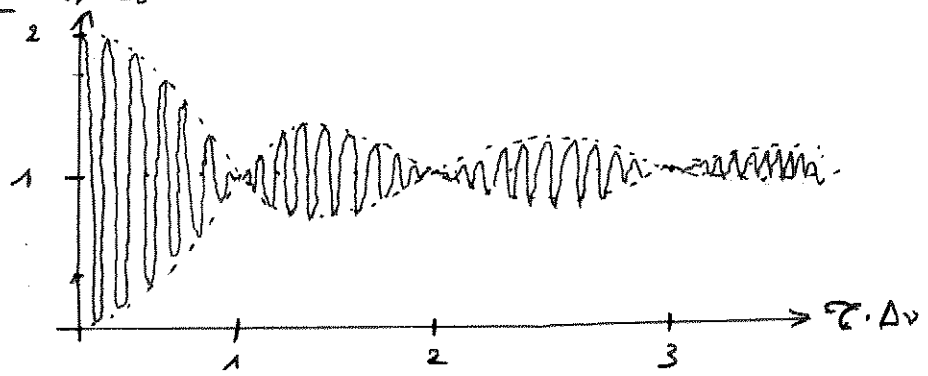
Q33 - $I(f') = \int_{\text{spectre}} dI(f')$

$I(f') = 2I_0 \frac{1}{\Delta v} \int_{v_0 - \frac{\Delta v}{2}}^{v_0 + \frac{\Delta v}{2}} (1 + \cos(2\pi \tau v)) dv$

$I(f') = 2I_0 \left[1 + \Gamma \cos(2\pi \tau v_0) \right]$

avec $\Gamma = \text{sinc}(\pi \tau \cdot \Delta v)$

Q34 - I/I_0



$\tau = \frac{1}{\Delta v}$ $\approx$ durée du train d'onde

Q35 - $e_{lin} = \frac{c}{2\Delta\nu}$ donc $\Delta\nu = \frac{c}{2e_{lin}}$

$\Delta\nu_{exp} = 10^{10} \text{ Hz}$

durée du train : $\frac{1}{\Delta\nu_{exp}} \sim 10^{-10} \text{ s}$

(2 ordre de grandeur en dessous des estimations précédentes donc d'autres mécanismes intervenant)

Q36 - $t_1 = \frac{d}{c}$

Q37 - Durée maximum émise à l'instant $\frac{1}{\nu_0}$. À cet instant, l'atome est en $x = \frac{V}{\nu_0}$.

donc $t_2 = \frac{1}{\nu_0} + \frac{1}{c} \left(d - \frac{V}{\nu_0} \right)$

Q38 - Période perçue : $T' = t_2 - t_1 = \frac{1}{\nu_0} \left(1 - \frac{V}{c} \right)$

donc la fréquence perçue est $\nu = \frac{\nu_0}{1 - \frac{V}{c}} \underset{\nu \ll c}{\approx} \nu_0 \left(1 + \frac{V}{c} \right)$ ordre 1.