III – Mesure de la biréfringence d'un ruban adhésif.

A)

1) Interféromètre de Michelson. Fin du XIX^e.

2) Il est symétrique !

3) $\delta = \Delta n . e$

4) $I = 2 I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi \Delta n e}{\lambda}\right)\right)$; teinte uniforme.

5) I maxi $\Leftrightarrow \frac{2\pi \Delta n . e}{\lambda} \equiv 0 \ [2\pi]$

$\Leftrightarrow \lambda \in \left\{ \frac{\Delta n e}{p} , p \in \mathbb{N}^* \right\}$

6) lumière blanche $\longrightarrow$ spectre de la lumière atteignant l'écran

$\longrightarrow$ mesure des λ tq $I = 0$ (raies noires dans le spectre)

$\longrightarrow$ exploitation de $\lambda \in \left\{ \frac{\Delta n . e}{p + 1/2} ; p \in \mathbb{N} \right\}$.

B)

1) a – $\vec{k} = k \vec{e_z} = \frac{\omega}{c} \vec{e_z}$

b – $\vec{\nabla} . \vec{E} = 0$ donc $\vec{k} . \vec{E_0} = 0$.

2) $\vec{E}(z=e, t) = \vec{E_0} . e^{j\omega\left(t - \frac{e}{v_0}\right)}$ retard $\frac{e}{v_0}$

$\vec{E}(z>e, t) = \vec{E_0} . e^{j\omega\left(t - \frac{e}{v_0} - \frac{z-e}{c}\right)}$ retard $\frac{e}{v_0}$ puis $\frac{z-e}{c}$ ...

3) a – Par superposition,

$$\vec{E}(z>e,t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \left[\vec{u}_x . e^{j\omega\left(t - \frac{e}{v_0} - \frac{z-e}{c}\right)} + \vec{u}_y e^{j\omega\left(t - \frac{e}{v_e} - \frac{z-e}{c}\right)} \right]$$

$$\boxed{\vec{E}(z>e,t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} . e^{j\omega\left(t - \frac{z-e}{c}\right)} \left(\vec{u}_x . e^{-j\frac{\omega e}{v_0}} + \vec{u}_y . e^{-j\frac{\omega e}{v_e}} \right)}$$

b - polarisation rectiligne

$$\Longleftrightarrow \exists (a,b) \in \mathbb{R}^{*2}, \forall t \quad a E_x + b E_y = 0$$

$$\Longleftrightarrow \text{———} \quad a \underline{E}_x + b \underline{E}_y = 0$$

$$\Longleftrightarrow \text{———} \quad a \cos \frac{\omega e}{v_o} + b \cos \frac{\omega e}{v_e} + j\left(a \sin \frac{\omega e}{v_o} + b \sin \frac{\omega e}{v_e}\right) = 0$$

$$\Longleftrightarrow \text{—} \begin{vmatrix} \cos \frac{\omega e}{v_o} & \cos \frac{\omega e}{v_e} \\ \sin \frac{\omega e}{v_o} & \sin \frac{\omega e}{v_e} \end{vmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = 0$$

$$\Longleftrightarrow \sin\left(\omega e\left(\frac{1}{v_o} - \frac{1}{v_e}\right)\right) = 0$$

$$\Longleftrightarrow \omega e \left(\frac{1}{v_o} - \frac{1}{v_e}\right) \equiv 0 \quad [\pi] .$$

donc, en général, l'onde en sortie de lame n'est pas polarisée rectilignement.

c - poursuivant le raisonnement,

pola. rectiligne $\Longleftrightarrow \exists q \in \mathbb{N}, \frac{\omega e}{c}(n_o - n_e) = q\pi$

$$\Longleftrightarrow \exists q \in \mathbb{N}, \quad \Delta n . e = \frac{q \pi c}{\omega}$$

$$\Longleftrightarrow \exists q \in \mathbb{N}, \quad \Delta n . e = q \, \lambda/2$$

Et le champ s'écrit

$$\vec{E}(z>e, t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{j\omega\left(t - \frac{z-e}{c}\right)} e^{j\frac{\omega e}{2}\left(\frac{1}{v_o} - \frac{1}{v_e}\right)} \left[\vec{u}_x e^{-jq\pi/2} + \vec{u}_y e^{jq\pi/2}\right]$$

si q est pair ($q = 2p$) alors le crochet vaut $\pm(\vec{u}_x + \vec{u}_y)$ et la polarisation est celle de l'onde incidente.

si q est impair ($q = 2p+1$) alors le crochet vaut $\pm j(\vec{u}_x - \vec{u}_y)$ et la polarisation est orthogonale à celle de l'onde incidente. CQFD

c) 1a - Intensité mesurée en sortie $\simeq 0$ (minimale).

1b - Lignes neutres alignées avec dir. pola $\Leftrightarrow$ intensité en sortie $\simeq 0$ puis on tourne de 45°.

2a - Grâce aux données d'étalonnage et une régression linéaire, ($\lambda = a \sin i$), on obtient :

$$\underline{a \simeq 1,666.10^{-3}\ \text{mm} \quad \text{soit environ } 600\ \text{tt/mm}}.$$

2b - pointage des raies.

3a - Aux cas pour lesquels q est pair ...

3b - On sait que

$\exists p \in \mathbb{N}^*$,

$$\frac{3}{p+1} < \frac{\lambda_b}{\Delta n.e} < \frac{3}{p} < \frac{\lambda_r}{\Delta n.e} < \frac{3}{p-1}$$

$$\text{où} \left| \begin{array}{l} \lambda_b = 400\ \text{nm} \\ \lambda_r = 800\ \text{nm}. \end{array} \right.$$

donc

$$\exists p \in \mathbb{N}^*, \quad p-1 < \frac{3\Delta n e}{\lambda_r} < p < \frac{3\Delta n e}{\lambda_b} < p+1$$

donc $$3\Delta n e \left(\frac{1}{\lambda_b} - \frac{1}{\lambda_r} \right) < 2$$

donc $$\underline{\Delta n < \frac{2}{3e} \frac{\lambda_r \lambda_b}{\lambda_r - \lambda_b} \simeq 1,90.10^{-2}}$$

3c - On sait que

$$\left\{ \lambda : \exists p \in \mathbb{N}^*, \Delta n.10.e = p\lambda \right\} = \left\{ 433,4 \ ; 494,9 \ ; 573,2 \ ; 680,0 \right\}$$
(en nm)

Or, si $\lambda_p = \dfrac{10.\Delta n.e}{p}$ alors $\dfrac{\lambda_p}{\lambda_{p+1}} = 1 + \dfrac{1}{p}$

Par ailleurs,

$$\frac{680,0}{573,2} = 1 + \frac{1}{5,37} \ ; \ \frac{573,2}{494,9} = 1 + \frac{1}{6,32} \ ; \ \frac{494,9}{433,4} = 1 + \frac{1}{7,04}$$

donc (aux précisions expérimentales près),

$$\begin{cases} 680{,}0 \text{ nm} = \lambda_5 \\ 573{,}2 \text{ nm} = \lambda_6 \\ 494{,}9 \text{ nm} = \lambda_7 \\ 433{,}4 \text{ nm} = \lambda_8 \end{cases}$$

Par régression linéaire $\left(\underbrace{\lambda_p}_{y_i} = \Delta n \cdot \underbrace{\frac{\ell_0 . e}{p}}_{x_i} \right)$, on obtient :

$$\underline{\Delta n \simeq 1{,}23 . 10^{-2}}$$

Les auteurs du document trouvent $\Delta n \simeq 1{,}39 . 10^{-2}$.
Pour conclure, il faudrait estimer les incertitudes relatives aux deux méthodes et regarder si l'hypothèse $n_0 = 1$ faite par les auteurs du document ne pourrait pas être à l'origine de cet écart.

4a- Les bras "sont" les lignes neutres.
La "séparation" est due à une polarisation incidente non parallèle à une ligne neutre. Le choix d'une polarisation à 45° permet à cette séparation d'être équitable (50-50).

4b- Quand deux ondes interfèrent, le contraste $\frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$ est maximal si $I_1 = I_2$.
Il est donc nécessaire que la séparation des faisceaux soit équitable (cf 4a) i.e que la polarisation initiale soit à 45° des lignes neutres.