Corrigé

CCP - PSi - 2006 (Extrait)

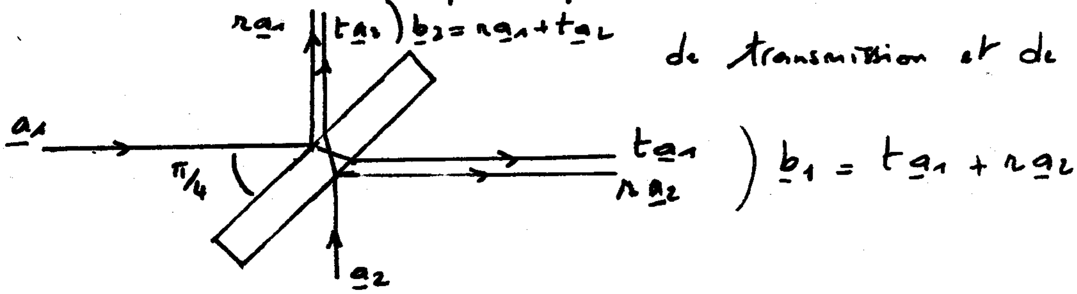
A.1.1) Le silicium est un matériau semi-conducteur très répandu.

A.1.2) $t^2 + r^2 = 1$, $r \in [0;1]$ donc $r = \sqrt{1-t^2}$

Donc $\begin{pmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t & \sqrt{1-t^2} \\ \sqrt{1-t^2} & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \end{pmatrix}$

donc $\boxed{\begin{pmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t\,\underline{a}_1 + \sqrt{1-t^2}\,\underline{a}_2 \\ \sqrt{1-t^2}\,\underline{a}_1 + t\,\underline{a}_2 \end{pmatrix}}$

A.1.3) Considérons une lame à faces parallèles. Soient t et r ses coefficients de transmission et de réflexion.



Les ondes réfléchies et transmises ont pour amplitude $\underline{b}_1$ et $\underline{b}_2$ tels que définies en A.1.2)

Rem : A priori, rien n'indique que r et t soient éléments de $[0;1]$...

A.2.1) $\lambda = 1{,}2\ \mu m$ correspond à une radiation infra-rouge.

A.2.2) α s'exprime, dans le système international, en K^{-1}.

A.N : $\underline{\delta L = 1\ \mu m}$. (soit $\frac{\delta L}{L} = 10^{-8}$!)

A.2.3) L'amplitude de l'onde qui suit la fibre $\mathcal{F}_0$ subit :

1. la transmission par le coupleur : facteur t
2. une atténuation dans la fibre : facteur β
3. un déphasage lié au temps de parcours : $e^{-i\varphi_1}$

donc $\underline{a}_0 = \beta t A . e^{-i\varphi_1}$

De même,

$\underline{a}_1 = \beta r A . e^{-i\varphi_2}$

$\varphi_2 - \varphi_1$ est la différence de phase qui provient de la différence des temps de parcours dans les fibres donc ②

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$$ où δ est la différence de marche entre le trajet le long de F_0 et le trajet le long de F_1.

$$\delta = n_0(L_0 + \delta L) - n_0 L_0$$ soit $\underline{\underline{\delta = n_0 \delta L}}$

Donc $\phi \overset{\text{def}}{=} \varphi_2 - \varphi_1$ s'écrit $\boxed{\phi = \frac{2\pi n_0 L_0}{\lambda}\alpha \Delta T}$

Ainsi,
$$\boxed{\begin{aligned} \underline{a_0} &= \beta t A e^{-i\varphi_1} \\ \underline{a_1} &= \beta r A e^{-i\varphi_1} e^{-i\phi} \end{aligned}}$$

A.2.4) En sortie du 2^e coupleur, les amplitudes sont :

$$\begin{cases} \underline{a_0'} = t\,\underline{a_0} + r\,\underline{a_1} \\ \underline{a_1'} = r\,\underline{a_0} + t\,\underline{a_1} \end{cases}$$

Soit :
$$\begin{cases} \underline{a_0'} = \beta A e^{i\varphi_1}\left(t^2 + r^2 e^{-i\phi}\right) \\ \underline{a_1'} = \beta A e^{i\varphi_1}\left(1 + e^{-i\phi}\right) r t \end{cases}$$

d'où les intensités :

$$\begin{cases} I_0 = \beta^2 A^2 \left(t^4 + r^4 + 2t^2 r^2 \cos\phi\right) \\ I_1 = 2\beta^2 A^2 r^2 t^2 \left(1 + \cos\phi\right). \end{cases}$$

Soit encore

$$\begin{cases} I_0 = \beta^2 A^2 (t^4 + r^4)\left[1 + \dfrac{2t^2 r^2}{t^4 + r^4}\cos\phi\right] \\ I_1 = 2\beta^2 . A^2 . t^2 . r^2 \left[1 + \cos\phi\right] \end{cases}$$

mais $r^2 = 1 - t^2$ donc $r^4 = 1 - 2t^2 + t^4$

donc

$$\boxed{\begin{aligned} I_0 &= (1 - 2t^2 + 2t^4).\beta^2.A^2.\left[1 + \frac{2t^2(1-t^2)}{1-2t^2+2t^4}\cos\phi\right] \\ I_1 &= 2(1 - t^2)\beta^2.A^2.t^2\left[1 + \cos\phi\right] \end{aligned}}$$

A.2.5) Admettons qu'un déphasage supplémentaire soit introduit de sorte que :

$$\phi = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi n L_0}{\lambda}\alpha.\Delta T$$

si $\Delta T = 0{,}001\,°C$ alors $\phi = \left(\frac{\pi}{2} + 7{,}9.10^{-2}\right)$ rad

Donc, si on suppose que ΔT reste suffisamment petit pour que ϕ ne diffère de $\frac{\pi}{2}$ que d'une valeur très petite devant 1, alors

$$\cos\phi \simeq -\frac{2\pi n_0 L_0}{\lambda}\alpha.\Delta T$$

Soit $$\boxed{V \simeq -V_m.\frac{2\pi n_0 L_0}{\lambda}.\alpha.\Delta T}$$

L'erreur commise est majorée par $\frac{V_m}{3}.\left(\frac{2\pi n_0 L_0}{\lambda}\alpha|\Delta T|\right)^3$

Soit une erreur relative $\left|\frac{\Delta V}{V}\right| \leq \frac{1}{3}\left(\frac{2\pi n_0 L_0}{\lambda}\alpha\ \Delta T\right)^2$

A.2.6) $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}n_0\,\Delta L$ et $\Delta L = 10^{-12}.L_0$

donc $\Delta\phi \simeq 7{,}9.10^{-4}$ rad $\ll 7{,}9.10^{-2}$ rad

cette dilatation est négligeable devant l'autre.