

Mesures de champ magnétique

II.- Utilisation d'une boussole

II.A.- Étude générale

□ 5.- J'applique le théorème du moment cinétique à l'aiguille aimantée dans le référentiel du laboratoire :

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \vec{u}_z = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B},$$

soit en projection sur $\vec{u}_z$,

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -\mathcal{M} B \sin \alpha$$

À l'équilibre, $\frac{d^2 \alpha}{dt^2} = 0$, donc $\sin \alpha = 0$, soit $\alpha = 0$ ou $\alpha = \pi$.

La position stable est $\alpha = 0$, lorsque $\vec{\mathcal{M}}$ et $\vec{B}$ sont colinéaires et de même sens. Pour α petit, $\sin \alpha \simeq \alpha$, l'équation différentielle vérifiée par α est donc :

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{\mathcal{M} B}{J} \alpha = 0$$

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + K B \alpha = 0.$$

La solution de cette équation est :

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\sqrt{K B} t).$$

□ 6.- Le champ magnétique uniforme créé dans le volume intérieur d'un solénoïde infini est $\vec{B} = \mu_0 n i \vec{u}_z$, où n est le nombre de spires par unité de longueur. L'unité de n est donc m^{-1} , ainsi la seule expression de B_0 , parmi les expressions proposées, qui a la même dimension est :

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

□ 7.- Le champ magnétique en un point repéré par $x = XR$ est la somme des champs magnétiques créés par chacune des deux bobines, d'après l'expression fournie, on obtient :

$$\vec{B}(X) = N \vec{B}_0 \left[\frac{8}{5\sqrt{5}} \right] \left[2 - 2 \frac{144}{125} X^4 \right] + o(X^4),$$

soit $\vec{B}(X) = \vec{B}(0) \left[1 - \frac{144}{125} X^4 \right].$

$$\left| \frac{B(X) - B(0)}{B(0)} \right| < 0,02$$

$$\iff \frac{144}{125} X^4 < 0,02$$

$$\iff |X| < 0,36$$

$$\iff |x| < 0,36R = 5,4 \text{ cm}$$

La valeur du champ magnétique en O est :

$$B(0) = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ T}.$$

□ 8.- Comme $\omega = \sqrt{KB}$, $K = \frac{\omega^2}{B}$, soit

$$K = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{1}{B}.$$

Numériquement : $K = 3,710^5 \text{ s}^{-2} \cdot \text{T}^{-1}$.

II.B.- Applications au champ magnétique terrestre

□ 9.- Attention, l'énoncé distingue les pôles géographiques et les pôles magnétiques ; on n'a donc pas $\theta = \frac{\pi}{2} + \lambda$

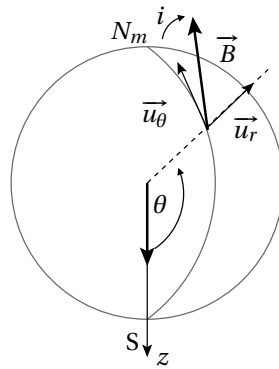


FIGURE 1

D'après le schéma, on peut relier $\tan i$ à B_r et B_θ soit :

$$\tan i = \frac{B_r}{B_\theta},$$

soit $\tan i = 2 \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$ et $\tan \theta = \frac{2}{\tan i}$.

Numériquement, $\theta = 44 \text{ deg}$ ou $\theta = 136 \text{ deg}$.

La latitude λ de Paris donnée dans l'énoncé est donnée dans le repère lié à l'axe de rotation de la Terre, soit $\lambda = \theta - 90 + \delta$, où δ est la déclinaison magnétique. Je garde donc la solution $\theta = 136 \text{ deg}$ qui donne $\theta - 90 = 46 \text{ deg}$ soit une déclinaison magnétique $\delta = 3 \text{ deg}$, puisque $\lambda = 49 \text{ deg}$ d'après l'énoncé.

□ 10.- Lorsque l'axe de rotation est vertical, la boussole oscille avec une pulsation reliée à la composante horizontale B_θ du champ magnétique soit $\omega = \sqrt{KB_\theta}$. De plus $B_\theta = \frac{\mu_0 \mathcal{M} \sin \theta}{4\pi R_T^3}$, soit :

$$\mathcal{M} = \frac{\omega^2 4\pi R_T^3}{K \mu_0 \sin \theta},$$

et $\|\vec{B}\| = (1 + \tan^2 i)^{0.5} B_\theta$. Numériquement : $\mathcal{M} = 8.10^{22} \text{ A} \cdot \text{m}^2$, ce qui est conforme à l'estimation habituelle du moment magnétique terrestre ; et $\|\vec{B}\| = 4,6.10^{-5} \text{ T}$.