

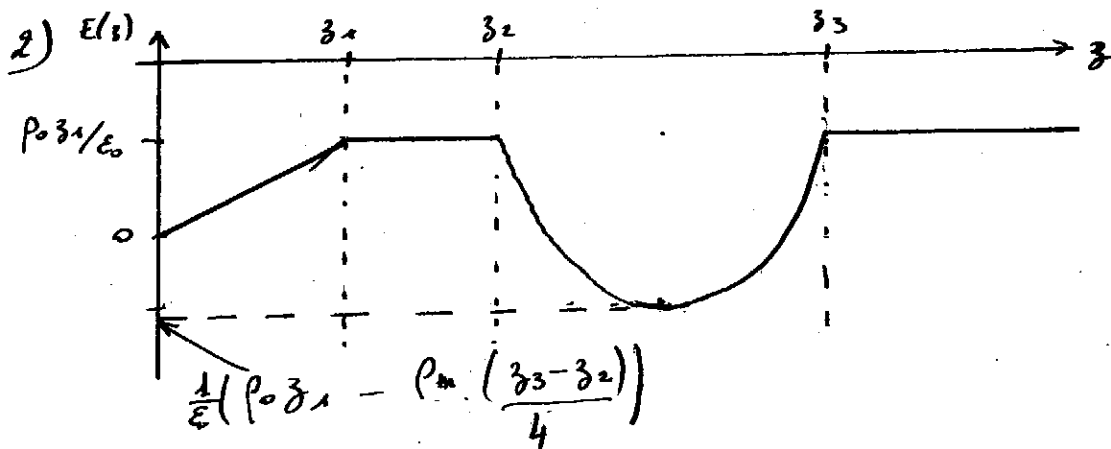
PARTIE A

I.

1. a) Surface de Gauss : cylindre dont la base est en $z=0$ et le "sommet" en z . Section A (quelconque).
- b)
- c)

Alors

$$E(z) = \frac{1}{\epsilon_0} \begin{cases} \rho_0 z & \text{si } 0 < z < z_1 \\ \rho_0 z_1 & \text{si } z_1 < z < z_2 \\ \rho_0 z_1 + \frac{\rho_m}{4} (z - z_2)(z - z_3) & \text{si } z_2 < z < z_3 \\ \rho_0 z_1 & \text{si } z_3 < z \end{cases}$$



3) a - $\rho_0 = \frac{1}{z_1} \left(\epsilon_0 E\left(\frac{z_2 + z_3}{2}\right) + \rho_m \frac{z_3 - z_2}{4} \right) = 1,1 \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot \text{m}^{-3}$

b - $Q_0 = \rho_0 z_1 S \approx 5,5 \text{ C}$

c - $-Q = -\rho_m \frac{z_3 - z_2}{4} S \approx -50 \text{ C}$

4) $E_{\max} = \frac{\rho_0 z_1}{\epsilon_0} \approx 3,1 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ (non disruptif)

$E\left(\frac{z_2 + z_3}{2}\right) \approx -2,5 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ (non disruptif)

$\forall z, E\left(\frac{z_2 + z_3}{2}\right) < E(z) < E_{\max}$ donc il n'y a aucun lieu où le champ disruptif est atteint.

5)
$$V(z) = -\frac{\rho_0}{\epsilon_0} \begin{cases} \frac{z^2}{2} & \text{si } 0 < z < z_1 \\ z_1 \left(z - \frac{z_1}{2} \right) & \text{si } z_1 < z < z_2 \end{cases}$$

6) $U \approx -\frac{\rho_0}{\epsilon_0} z_1 \left(z_2 - \frac{z_1}{2} \right) \approx -2,7 \cdot 10^7 \text{ V}$

II -

7) Théorème de Gauss ... $\vec{E}(R_r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{e}$
 symétriques.

8) $\frac{|V(z)|}{R} > E_d \quad (\Rightarrow) \quad R < \frac{|V(z)|}{E_d} \stackrel{21}{=} R_d(z)$

Ainsi, $R_d(z) = \frac{\rho_0 \cdot z^2}{2\epsilon_0 \cdot E_d}$

9) a - $R_d(z=10 \text{ m}) \approx 1 \text{ cm}$; $R_p < R_d$ donc cette pointe peut déclencher la foudre.

b - $I = \frac{Q}{\Delta t} \approx 50.000 \text{ A}$ (sic!)

$P_{el} = \frac{Q|U|}{\Delta t} = |U|I \approx 2,2 \cdot 10^{12} \text{ W}$ (Comparez ça au cas d'une centrale nucléaire ...)

$W_d = P_{el} \cdot \Delta t \approx 2,2 \cdot 10^9 \text{ J}$

$\Delta T = \frac{W_d}{n \cdot C_{p,m}}$ avec $n = \frac{\rho_0 \cdot (\pi a^2 \cdot z_2)}{R \cdot T_0}$

A.N: $\Delta T \approx 2,4 \cdot 10^5 \text{ K}$ (*)

c - onde de choc liée à la dilatation brutale de l'air qui passe de 300 K à plus de $2 \cdot 10^5 \text{ K}$ en 10^{-3} s !

(*) Cette valeur suppose que toute l'énergie est récupérée par ce cylindre d'atmosphère. En réalité, une part de cette énergie est sans doute transmise au sol ; alors, l'air serait moins échauffé ...